A New Method of Ray-casting Irregular Data Volume for Intersection Calculation

Zhou Dinghong, Wu Enhua

(Laboratory of Computer Science, Institute of Software, and Laboratory of CAD/CG, Institute of Computing Technology Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract Ray casting is a useful volume rendering method for visualizing irregular data this method can produc high quality images. However, it is quite time—consuming due to the intensive intersection calculation between rays and cell facets, especially the exterior cell facets. In order to speed up the intersection computation, an improved method is proposed in the paper by taking the advantages of polygon scan conversion algorithm for the exterior cell facets, and of geometric coherence for the interior cell facets.

Keyworde Intersection, Polygon scan conversion, Ray casting, Irregular data, Volume rendering

第 1 卷　第 1 期
1996 年 5 月

中国图象图形学报
China Journal of Image and Graphics

Vol. 1, No. 1
May, 1996

Fourier 描绘子在模式识别中的应用与性能分析*

单　康　姚庆栋　荆仁杰

（浙江大学信息与电子工程系　杭州　310027）

摘　要　本文介绍了目前最常用的 Fourier 描绘子，重点研究了数字图象提取轮廓时产生的量化误差和边界点不等距等因素对于 Fourier 描绘子系数的影响，对 Fourier 描绘子的几种规一化方法的特点和各自的适用范围也进行了比较，最后对 Fourier 描绘子识别三维空间中任意姿态的飞机在二维平面上的投影进行了实验。

关键词　预处理　规一化　描绘子

1　Fourier 描绘子概述

Fourier 描绘子适合识别轮廓。目标用轮廓表示，把显示平面看作复平面，纵坐标为虚轴，横坐标为实轴，轮廓上的每一点的 x、y 坐标就变为 $x+jy$。从轮廓上任取一点做为起点，按逆时针方向绕轮廓一周，把每个点的 X 坐标做为实部，Y 坐标做为虚部，得到一个复数序列：$f(t)=x(t)+jy(t)$，$t=0,1,2\cdots\cdots,N-1$。对这个复数序列进行一维离散 Fourier 变换，得到 Fourier 描绘子的频域系数：

$$F(u)=\sum_{t=0}^{N-1}F(t)\cdot\exp(-j2\pi\ ut/N)$$

$$u=0,1,2,\cdots\cdots,N-1$$

由于 DFT（离散傅里叶变换）是可逆线性变换，因此变换中没有任何信息的增益和损失。根据 Parseval 定理，Fourier 描绘子各系数的实部与虚部的误差的平方和，正比于轮廓图上各点的误差的平方和。也就是说，Fourier 描绘子的系数的误差反映了轮廓图上各点的误差，因此根据 Fourier 描绘子系数可以判断轮廓图的类别。

为了使 Fourier 描绘子的系数与模式在两维平面上的平移、大小、旋转和轮廓起始点无关，需要对频域系数进行规格化。

模式的平移只影响 F(0)。规定所有模式的 Fourier 描绘系数的 F(0) 取相同的值，就可消除平移的影响。

模式的大小变化反映到轮廓上，相当于该模式 $f(t)$ 的每一项乘以一个常数，变换后的 $F(u)$ 的每一项也相应乘以这个常数。对于闭合曲线，只要曲线没有发生交叉，按逆时针方向取轮廓，得到的 Fourier 描绘子，$F(1)$ 总是最大。这个条件在用向左看的方法提取边界时总是能满足的。因此，如果规定所有模式的 $F(1)$ 的幅度为 1，也就是说把所有的频域系数都除以 $F(1)$ 的幅度，得到的新频域系数将与模式的大小无关。

模式的旋转和轮廓起始点的不同选择只影响频域系数的相位。模式旋转 φ 角，相当于每一项 $f(t)$ 乘 $\exp(j\varphi)$。轮廓起始点移动 h，相当于将每一项 $f(t)$ 变成 $f(t+h)$，设 $g(t)=\exp(j\varphi)f(t+h)$，根据 DFT 的性质，

$$G(u)=\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi u/N]\}F(u)$$

$$=\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi u/N+\theta(u)]\}|F(u)|,$$

式中，$\theta(u)$ 是 $F(u)$ 的相位，$|F(u)|$ 是 $F(u)$ 的幅度，

* 本课题研究得到“八五”国防重点预研项目的资助
收稿日期：1995，12，01

也就是 $G(u)$ 的模。

为了得到不随 φ 和 h 变化的相位值，许多教科书[1]提出以下方法：

任意规定 $F(u)$ 序列中的某两项的相位值，例如规定 $F(1)$ 和 $F(2)$ 的相位值都是 0，于是，为了从 $G(u)$ 得到 $F(u)$，求解以下方程组：

$$\varphi+h\cdot 2\pi/N+\theta(1)=0$$

$$\varphi+h\cdot 4\pi/N+\theta(2)=0$$

可得到唯一解：

$$h=N\cdot\{\theta(1)-\theta(2)\}/(2\pi),$$

$$\varphi=\theta(2)-2\cdot\theta(1)$$

然后，从每一项 $G(u)$ 的相位值减去 $(\varphi+h\cdot 2\pi u/N)$，就得到不随起始点和旋转变化的频域系数。

但是，我们的实验证明，上述规一化方法只适用于连续图象。对于离散点构成的边界图形，如果求得的 h 值不取整，那么相位规格化的误差就很大，Fourier 描绘子的频域系数反变换后得到的轮廓有时与原图完全不同。其原因如下：

由于进行 DFT 运算的轮廓点是离散的，h 的实际取值只能是整数，φ 的取值可以是任意值，反映到频域系数上就是：$F(1)$ 和 $F(2)$ 相位的取值范围虽然各是连续的，但是一旦其中一项的相位固定，另一项的相位的取值范围就不再连续而是离散的。因此，不是任意模式的频域系数的 $F(1)$ 和 $F(2)$ 的相位值都能同时为零。一个减小误差的办法是：对上式求得的 h 按四舍五入取整。这样规格化后的 $F(1)$ 和 $F(2)$ 的相位值是最接近于 0（但不一定等于 0）的合法值。

但是，当模式有噪声或变形等失真时，得到的相位值仍可能有很大误差。例如某模式规格化求得的 $h=0.49$，四舍五入取整后 $h=0$，当模式因失真等原因使规格化的 $h=0.51$ 时，四舍五入取整后 $h=1$，取整使 h 的误差由 0.02 突变为 1.0，可见这样规格化后误差会增大。

G. H. Granlund[2]提出的规格化方法能避免这种误差的增大，其原理如下：

设：$g(t)=R\cdot\exp(j\varphi)f(t+h)$，根据 DFT 的性质，

$$G(u)=R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi u/N]\}F(u)$$

$$=R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi u/N+\theta(u)]\}|F(u)|$$

定义：$\mathrm{normal}\{F(u)\}=\{F(1+u)\cdot F(1-u)\}/\{F(1)\cdot F(1)\}$，则

$$\mathrm{normal}\{G(u)\}=\{G(1+u)\cdot G(1-u)\}/\{G(1)\cdot G(1)\}$$

$$=R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi(1+u)/N]\}F(1+u)\cdot R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi(1-u)/N]\}F(1-u)/\{R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi/N]\}F(1)\cdot R\cdot\exp\{j[\varphi+h\cdot 2\pi/N]\}F(1)\}$$

$$=\{F(1+u)\cdot F(1-u)\}/\{F(1)\cdot F(1)\}$$

$$=\mathrm{normal}\{F(u)\}$$

可见，这样规格化后得到的 $\mathrm{normal}\{G(u)\}$ 序列与模式的大小和旋转都无关。若要与平移无关，只需先设置 $G(0)$ 等于 0 再求 $\mathrm{normal}\{G(u)\}$ 即可。

由定义可知，$\mathrm{normal}\{G(u)\}$ 序列与 $G(u)$ 序列具有相似的幅度特征，即幅度值先随 u 的增大逐步减小，当 $u=N/2$ 时，幅度值最小，然后再随 u 的增大逐步增大。

2 提取轮廓时引入的量化误差对描绘子系数的影响

对两值图象可采用阈值法提取轮廓。由于实际图象都是用离散点表示的，因此提取轮廓时必然会引入量化误差。

最初在轮廓上提取到的边界，其点的密度一般都是不均匀的。例如一个等边直角三角形，其取向是使两个股的直线与 X，Y 轴一致，弦为 45 度，如果采用 8 邻域法，弦的点数和一条直角边相等，这和实际值相差了 1.414 倍，当三角形旋转 45 度，使弦与 Y 轴一致，弦的点数又成了一条直角边的两倍。根据 Parseval 定理，两个三角形的 Fourier 描绘子系数的差的平方和正比于两者的边界点的误差的平方和。显然，这两个三角形的边界点的误差的平方和并不大。但是由于两个三角形各边上的点数不一致，使规一化后的起始点不能保持一致，这样对求 Fourier 描绘子系数而言，不论直角边还是斜边上的点都不能吻合，因此 Fourier 描绘子系数的误差远远大于空域的误差，严重影响了识别结果。采用 4 邻域法，也有类似的误差。

但是以上的情况是比较极端的。实际的轮廓图由于走向比较复杂，曲折较多，轮廓上的点密度不一致产生的误差一般都能互相抵消。此外，为了能快速计算 Fourier 描绘子，要求取样点数是 2 的幂。由于实际求得的边界上的点数不一定是 2 的幂，因此在求 Fourier 描绘子以前，通常都要对已经求得的边

界线上的点重新取样，使得到的点数正好是 2 的幂，如 256，这样，取样后的轮廓点坐标一般是整数值，而不是实数值。由于重新取样时可以使新的边界点等间隔，因此能消除点密度不一致而产生的误差。

由于图象都用离散点表示，离散点的坐标都是整数值，因此无论是采用 4 邻域法还是 8 邻域法，实际求得的边界都是折线。但是 8 邻域法得到的折线更接近于实际的轮廓，误差较小。

为了研究对离散图象提取轮廓时产生的折线误差和边界点不等距对 Fourier 描绘子系数的影响，我们对图 1 和图 2 所示的两个飞机图形进行实验。图 2 的飞机是图 1 飞机沿中心逆时针旋转 145 度得到的。

图 1
Fig. 1

图 2
Fig. 2

首先我们对这两个飞机图形用 8 邻域法提取边界，对于图 1 飞机，用 8 邻域法得到了 425 个边界点，把每个边界点的 x 坐标做为实部，y 坐标做为虚部，存入复数数组 contour—old[]，为了能用 EFT(快速傅里叶变换)求边界的 DFT 系数，我们用下述算法把这 425 个点坐标转化成 256 个边界点坐标并存入数组 contour—new[]：

```
float step＝425/256;
for(i＝0;i<＝255;i++)
contour—new[i]＝contour—old[(int)(i * step)];
```

这个算法把 8 邻域法求得的折线当作原边界，然后按等距离对这个折线取样，取样过程中求得的新的点坐标也取整，因此有量化误差，实际求得的新边界各点之间的距离并不完全相等。如果照片中的飞机图形较小，用 8 邻域法求得的边界点可能小于 256，这时 step 小于 1，新的边界上的某些点坐标可能是重复的。

对图 2 飞机也用相同的方法求边界点坐标。用上述 G. H. Granlund 提出的算法对 256 个边界点求规一化的 Fourier 描绘子系数，第一项恒等于 1，第二项恒等于 0，因此这两项系数对识别没有贡献，去除这两项后，图 1 和图 2 的前 5 个系数分别如下：

图 1 的系数：0. 2905－j0. 5417　0. 0064－j0. 0453　0. 0311＋j0. 0066　－0. 0164＋j0. 0096　－0. 0123＋j0. 0379

图 2 的系数：0. 2343－j0. 5943　0. 0068－j0. 0331　0. 0211＋j0. 0282　－0. 0209＋j0. 0038　－0. 0189＋j0. 0207

用这种方法求得的边界，当起始点不同时，最后找到的边界点的各坐标值也都是不一样的。当图形平移放缩或旋转后，最后求得的规一化的 Fourier 描绘子也略有差异。但这种算法较简单，速度也最快。

另一种较上述方法精确的算法如下：

```
float step＝425/256;
for(i＝0;i<＝255;i++)
contour—new[i]＝contour—old[(int)(i * step)]+{contour—old[1+(int)(i * step)]－contour—old[(int)(i * step)]} * {i * step－(int)(i * step)}
```

这种算法中，当求出的新的边界点不是整数坐标时，根据折线的直线方程求出坐标的实数值，因此新的边界上各点之间的折线距离都是相等的。显然，这样求出的边界比上述方法精确。用这个算法得到的 256 个边界点的规一化 Fourier 系数分别如下：

图 1 的系数：0. 2951－j0. 5580　0. 0054－j0. 0468　0. 0335＋j0. 0109　－0. 0215＋j0. 0057　－0. 0132＋j0. 0340

图 2 的系数：0. 2476－j0. 5996　0. 0084－j0. 0306　0. 0207＋j0. 0276　－0. 0189－j0. 0029　－0. 0186＋j0. 0225

但是，上述算法仍然把边界当成折线，仍然存在因折线与实际边界不一致而产生的误差。为了彻底消除折线引起的误差，可用如下更精确的求法：

首先仍用上述任何一种方法求到 256 个边界点，对之求得对应的规一化的 Fourier 描绘子系数，将高频分量置 0，再求反变换，得到平滑后的边界坐标值(实数值)，从而消除了折线误差。再对边界坐标值等距采样，得到新的实数坐标值，根据这些坐标值再求对应的规一化的 Fourier 描绘子系数，结果如下：

图 1 的系数：0. 2666－j0. 5322　0. 0091－j0. 0449　0. 0309＋j0. 0110　－0. 0200＋j0. 0152　－0. 0139＋j0. 0336

图 2 的系数：0. 2425－j0. 5833　0. 0094－j0. 0246　0. 0218＋j0. 0223　－0. 0196＋j0. 0054　－0. 0176＋j0. 0265

这个算法由于先对边界进行了平滑，因此没有折线引起的误差。结果最精确。

上述第一种算法最简单，第三种精确算法最复杂。从以上实验数据可见，三种算法的精度相差不大，因此我们在以后的实验中都采用了上述第一种算法。

从上述实验数据可以得出结论：折线和非等距采样对求 Fourier 描绘子系数引起的误差很小，可以忽略不计。这是因为，边界用折线表示和边界各点距离不均匀都只影响到 Fourier 描绘子系数的高频分量，而高频分量数值很小，可以忽略不计。

3 识别对称轮廓图

根据 DFT 的定义，如果只有 $F(1)$ 非零，对应的轮廓图是个圆。单个高频系数对应的轮廓图是个由多个圆弧连接成的对称图形。$F(k)$ 对应于由 $k-1$ 个同样的圆弧重复构成的对称图形，$F(k)$ 和 $F(-k)$ 对应于 $k-1$ 个圆弧构成的一个椭圆形的图形。

如果模式每旋转 $2\pi/m$ 后与原模式重合，那么该模式称为具有 m 度旋转对称性(Rotational Symmetry)。其轮廓上的点序列满足：

$$\exp(j2\pi/m)f(t)=f(t+2\pi/m)$$

在这个表达式中，t 的取值范围与前述略有不同，对于连续图象，t 的取值范围仍旧是 $0\sim2\pi$；但对于离散图象，t 的取值是：$0,2\pi/N,4\pi/N,6\pi/N,8\pi/N,\cdots2\pi$，其中 N 是取样点数。

根据 DFT 的性质，其 Fourier 描绘子的频域系数也满足：

$$\exp(j2\pi/m)F(u)=\exp(j2\pi/m\cdot2\pi u/N)F(u)$$

所以，$F(u)\exp(j2\pi/m)\{1-\exp[j2\pi/m\cdot(2\pi u/N-1)]\}=0$

当 $F(u)\neq0$ 时，$\exp[j2\pi/m\cdot(2\pi u/N-1)]=1$

所以，$2\pi u/N$ 是 m 的整数倍加 1，也就是说：只有满足 $u=(1\pm km)\cdot N/(2\pi)$ 的 $F(u)$ 才能不等于 0。

显然，任何模式旋转 2π 后都与原模式重合。因此任何模式都可看作具有 1 度旋转对称性。

许多模式可以在一定程度上看作由旋转对称物体变形得来的，在一定程度上具有旋转对称性。满足 $u=(1\pm km)\cdot N/(2\pi)$ 的 $F(u)$ 具有较大的幅度值，其余的幅度值较小。因此，旋转对称性对于频域系数值起的作用常能压倒模式之间的其它特征对频域系数的影响。例如，要同时识别几个三角形和几个四边形，即使不等边，三角形也具有一定的 3 度对称性，四边形则具有一定的 4 度对称性。利用规格化后得到的 normal$\{G(u)\}$序列进行识别，区分三角形和四边形很容易，但是几个三角形之间就不太容易区分，几个四边形彼此也不容易区分。

为了识别具有相同对称性的模式，可采用以下规格化方法：

定义 $D(i,j)=\{F(1+i)^j\cdot F(1-j)^i\}/\{F(1)^{i+j}\}$，其中 $i,j=1,2,3\cdots\cdots$。则用类似以上方法可证明 $D(i,j)$ 也与模式的大小和旋转都无关，规格化前先设置 $G(0)$ 等于 0 也能使系数与平移无关。

G. H. Granlund 的实验证明：$D(i,j)$ 能较好地区分具有近似对称性的模式。而在区分具有不同对称性的模式时，用 normal{ } 较好，具有较强的抗失真性能。

显然，当 $i=j$ 时，$D(i,j)$ 就转化成 normal{ } 函数。

模式经提取轮廓，Fourier 描绘和规格化后，得到的 Fourier 描绘子包含了模式的特征，同时又与模式的平移、大小和旋转都无关，从而降低了数据量。对这些描绘子进行分类，就能得到识别结果。由于边界是闭合的且连续，Fourier 描绘子的频域系数随着频率的升高迅速减小，因此，通常只利用部分低频分量就可得到满意的识别结果。舍去高频分量不但能减少运算量，还能减小提取轮廓时引入的折线误差和非等距采样等原因产生的量化误差的影响。

4 计算机模拟与结果分析

我们的实验任务是根据在二维平面上的投影识别图 3 所示的 5 种类型的飞机。

每种飞机在三维空间中从不同的角度拍摄，可得到不同的姿态，以海盗型飞机为例，可有图 4 所示典型姿态。

我们根据轮廓图识别这些飞机的类型。为了使识别结果不受目标平移、大小、旋转等影响，对每个轮廓图先求 Fourier 描绘子并规一化，为了能识别失真目标，我们选用具有较好容错性的三层 BP 神经网络对其进行训练和识别。输入层结点数是 30，隐含层结点数是 40，输出层有 5 个结点，训练和识别都是针对规一化的 Fourier 描绘子而言的。

首先，进行图象分割。我们拍摄的照片，飞机和背景的亮度对比较明显，可用简单的门限法分割出飞机图象。然后用向左看法提取飞机的轮廓。如前所述，用 8 邻域法误差较小。为了能用 FFT 算法求 Fourier 描绘子，需要把得到的轮廓点连接成连续图形，重新按等间隔取样，使取样后的轮廓点数是 2 的

图 3

Fig. 3

图 4

Fig. 4

幂。我们在实验中规定重新取样后的轮廓点数是256。

R. C. Gonzalez 和 P. Wintz[1]较详细地叙述了DFT 算法,并给出了 FORTRAN 程序。我们借用这个算法求 Fourier 描绘子,用文献[2]提出的方法进行规一化。

如前所述,对于任何模式,规一化后的 Fourier 描绘子的第一个系数恒等于 1,第二个系数恒等于0,因此这两个系数对识别没有贡献,在识别中可以不予考虑。

首先我们对每个飞机挑选了从不同角度拍摄的最典型的 28 个姿态,这样 5 种飞机共有 140 个姿态,将它们轮廓的规一化的 Fourier 描绘子做为训练样本,用 BP 算法对网络进行训练。经测试,训练后的 BP 网络能正确识别训练集内的所有样本,但对训练集以外的任意角度的飞机,平均识别率只有75%。

我们又对每个飞机从不同角度拍摄了比较典型的 70 个姿态,这样 5 种飞机共有 350 个姿态,各个轮廓的规一化描绘子做为训练样本。经测试,训练后的 BP 网络对训练集的样本仍能全部正确识别,对非训练集内的任意角度的飞机,其平均识别率提高到 87.75%

最后,我们把每种飞机在三维空间中对于每个坐标轴每隔 5 度拍一幅照片,这样共得到了 2700 幅照片。把这 2700 个飞机的规一化描绘子全部都做为样本训练,训练后的 BP 网络识别任意角度的飞机时,识别率达到了 98%。

实验结果表明:用 Fourier 描绘子的识别结果完全不受在二维平面中的平移、大小和旋转等变化的影响,并且允许目标外形在一定范围内的变形等失真,这是 Fourier 描绘子的优点。训练样本越多,网络训练后对非训练集样本的识别率越高。这是因为训练集越大,被识别的样本越容易在训练集内找到相近的样本。在实际应用中,评价网络的性能主要应该看网络能否正确识别非训练集内的样本。因此要尽可能多取一些训练样本。

但是当物体有遮档时,Fourier 描绘子的识别率很差。分析描绘子的数据结果发现,当物体有遮档时,Fourier 描绘子的结果完全变了。因此这种描述符不适用于目标有遮挡的情况。这是因为 Fourier 描绘方法是全局描绘,规一化时利用了整个图形的完整信息,因此只要被识图形有部分缺省,整个描绘结果即全被破坏。

参考文献

[1]R. C. Gonzalez & P. Wintz, Digital Image Processing, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1977.

[2]G. H. Granlund, Fourier Preprocessing for Hand Print Character Recognition, IEEE Transactions on Computers, feb. 1972, pp. 195—201.

单 康，1988年毕业于上海科学技术大学无线电系，1991年至1993年在华东计算技术研究所从事图象与图形学研究，1993年考入浙江大学信息与电子工程系博士研究生，主要研究领域是图像处理、模式识别和人工神经网络。

Fourier Descriptors for Three－Dimensional Aircraft Recognition

Shan Kang，Yao Qingdong，Jing Renjie

(Image Processing Laboratory，Department of Information and Electronics Engineering，Zhejiang University Hangzhou，China 310027)

Abstract In this paper we discuss the effect of error due to the digital representation of image such as chain code error and sampling error on the coefficient of fourier discriptor，and we compare the performance of some normalization methods. This method is applied to the three dimensional aircraft recognition.

Keywords Preprocessing，Normalization，Fourier descriptor